

Német Nemzetiségi Gimnázium és Kollégium  
Budapest

## **Helyi tanterv**

Matematika emelt szint a  
11-12.évfolyam számára

# Emelt szintű matematika

## 11–12. évfolyam

Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző és összegző képesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit is így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára. A statisztikai kimutatások és az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a vállalkozói kompetencia fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra.

Az emelt szintű matematikát választó tanulók többsége olyan egyetemen, főiskolán fog továbbtanulni, ahol a matematika tantárgy a képzés lényeges része. Ilyen továbbtanulási cél lehet az egyetemek elméleti matematikára építő természettudományi karai, az alkalmazásokat is igénylő műszaki pályák, a közgazdasági és pénzügyi pályák. Így ezekben az években alapos ismeretekre törekszünk a tárgyalt témakörökben, az alapóraszamos csoportokhoz képest mélyebben tárgyaljuk a trigonometriát, koordinátagéometriát, a kombinatorikát, a valószínűség-számítást, megismerkedünk a határérték fogalmával, a differenciálszámítás és az integrálszámítás elemeivel is. A csoport összetételétől, a gyerekek továbbtanulási szándékától függően a tanár nagyobb hangsúlyt adhat az analízis eszközeinek megismertetésének vagy a valószínűség-számítási ismeretek elmélyítésének stb. Minden témában a fogalmak, alkalmazások értő tudásáig el kell jutni.

A matematikát szerető, a matematikai problémák iránt érdeklődő tanulók számára érdekes, nehezebb, gondolkodtatóbb feladatok, problémák kitűzésével, a különböző megoldási lehetőségek, diszkussziók megbeszélésével a matematika iránti érdeklődést tudatosan fejlesztjük.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A fejlesztés eredményeként a kétéves periódus végére elvárható, hogy emelt szinten, a szóbeli vizsgán szabatosan, összefüggően tudják magukat kifejezni.

**Ezek a célkitűzések csak akkor érhetők el, ha a tanulók külön fakultációs csoportban vesznek részt a legalább heti 5, illetve 6 tanítási órán.**

## 11. évfolyam

### Célok és feladatok

A 11. évfolyamon tovább kell folytatni a tanulók kombinatív készségének fejlesztését, a feladatmegoldásban a minél többféle megoldási mód keresésének ösztönzését, a bizonyítás iránti igény mélyítését. Ezen az évfolyamon elvárható a pontos fogalomalkotásra való törekvés. Fontos cél a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességének továbbfejlesztése is.

A 11. évfolyam témakörei lehetőséget biztosítanak arra, hogy a tanulók becsléseket végezzenek, és a becsléseiket összevessék a számításokkal. Különösen az algebrai számítások adnak rá jó lehetőséget, hogy az önellenőrzés igényét felkeltsük, továbbfejlesszük. Több terület (egyenletek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok, függvények, geometria) összetettebb feladatai is igénylik a tervszerű munka végzését.

A különböző transzformációk, a koordinátageometria egyes területei, valamint bizonyos geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel is jó lehetőséget adnak arra, hogy felismertessük az összefüggéseket a matematika különböző területei között. Több lehetőség is kínálkozik arra (egyenletek, függvények, vektorok stb.), hogy bemutassuk a fizika és a matematika szoros kapcsolatát, miközben a legkülönbözőbb területen van lehetőségünk a gyakorlati problémák matematizálására, a modellalkotásra (lásd például a gráfok). Szinte minden témakörben alkalmunk van a zsebszámológép alkalmaztatására, és igen gyakran tudjuk a számítógépet is segítségül hívni a feladatok megoldásához, az adatok, problémák gyűjtéséhez (lásd például statisztikai adatok), a véletlen jelenségek vizsgálatához, a megoldások prezentációjához.

A geometria több területe is alkalmas az esztétikai érzék fejlesztésére.

Elengedhetetlen az elemi függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legfontosabb függvénytulajdonságok meghatározása nemcsak a matematika, hanem a természettudományos ismeretek megértése miatt, különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Tematikai egység címe	órakeret
<b>Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok</b>	<b>27</b>
<b>Hatvány, gyök, logaritmus</b>	<b>33</b>
<b>Trigonometria</b>	<b>45</b>
<b>Koordinátageometria</b>	<b>36</b>
<b>Sorozatok</b>	<b>34</b>
<b>Ellenőrzés, számonkérés</b>	<b>5</b>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 27 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY. Skatulya elv, logikai szita. Sorbarendezi és kiválasztási feladatok, gráfhasználat feladatmegoldásban. Gráf, csúcs, él, foksám.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Korábban megismert fogalmak ismétlése, elmélyítése. Kombinatorikai és gráfelméleti módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Számhalmazok. Számhalmazok bővítésének szükségessége a természetes számoktól a komplex számokig. Algebrai számok, transzcendens számok.</p> <p>Halmazok számossága. Halmazok ekvivalenciája. Végtelen és véges halmazok. Megszámlálható és nem megszámlálható halmazok. Kontinuum-sejtés. <i>Matematikatörténet:</i> Cantor, Hilbert, Gödel.</p>		<i>Filozófia:</i> Gondolati rendszerek felépítése. Bizonyíthatóság.
<p>Kombinatorika. (A korábbi ismeretek összegzése.) Permutáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Variáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Kombináció – ismétlés nélkül és ismétléssel. (Vegyes kombinatorikai feladatokon keresztül ismétlés, rendszerezés.) Binomiális együtthatók, tulajdonságaik. Pascal-háromszög és tulajdonságai. Binomiális tétel. <i>Matematikatörténet:</i> Blaise Pascal. Néhány kombinatorikus geometriai probléma. <i>Matematikatörténet:</i> Erdős Pál.</p>		
<p>Gráfok. Gráfelméleti alapfogalmak: csúcs, él, foksám <b>Definiálja a következő fogalmakat: egyszerű gráf, összefüggő gráf, komplementer gráf, fagráf, kör, teljes gráf.</b> Gráfokra, éleikre, csúcsok foksámaira vonatkozó egyszerű tételek. Euler-vonal, Hamilton-kör. Gráfok alkalmazása leszámolásos feladatokban – rendszerező ismétlés. <i>Matematikatörténet:</i> Euler.</p>		<i>Biológia-egészségtan:</i> genetika.
<p>A matematika felépítése. Fogalmak, alapfogalmak, axiómák, tételek, sejtések. Műveletek a matematikában. Műveleti tulajdonságok.</p>		<i>Filozófia:</i> Gondolati rendszerek felépítése. Állítások igazolásának szükségessége.

Relációk a matematikában és a mindennapi életben. Relációtulajdonságok. Bizonyítási módszerek áttekintése: Direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulya elv, <b>teljes indukció</b> . Tételek megfordítása.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Permutáció, variáció, kombináció, művelet, reláció, binomiális együttható.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Hatvány, gyök, logaritmus	Órakeret 33 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Hatványozás egész kitevővel, hatványozás azonosságai, n-edik gyök, gyökvonás azonosságai. Valós számok halmaza.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása: a racionális kitevő értelmezése, az irracionális kitevőjű hatvány szemléletes fogalma. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: exponenciálisan, logaritmikusan változó mennyiségek. Más tudományágakban a matematika alkalmazásának felfedezése.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>A racionális kitevőjű hatványok, a hatványozás azonosságainak ismétlése. Számolás racionális kitevőjű hatványokkal, gyökös kifejezésekkel. <b>Ismerje és alkalmazza a gyökvonás azonosságait.</b></p> <p>Irracionális szám kétoldali közelítése racionális számokkal. A hatványfogalom kiterjesztése irracionális számra. Az exponenciális függvény. Az exponenciális függvény ábrázolása, vizsgálata.</p>		<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> kamatszámítás, hitelfelvétel, törlesztőrészlet-számítás.</p> <p><i>Fizika:</i> radioaktivitás.</p>
<p>Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek. Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Exponenciális egyenletre vezető valós problémák megoldása.</p>		<p><i>Földrajz:</i> globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás).</p>
<p>Számolás 10 hatványaival, 2 hatványaival. A logaritmus fogalma. Logaritmus értékének meghatározása a definíció alapján és számológéppel. A logaritmus azonosságai. Szorzat, hányados, hatvány logaritmus, áttérés más alapú logaritmusra. <b>Bizonyítsa az áttérés szabályát.</b> Az értelmezési tartomány változásának vizsgálata az azonosságok kétirányú alkalmazásánál.</p>		<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszenyezés.</p> <p><i>Kémia:</i> pH-számítás.</p>

A logaritmus azonosságainak alkalmazása kifejezések számértékének meghatározására, kifejezések átalakítására. <i>Matematikatörténet:</i> Napier, Kepler. A logaritmus fogalmának kialakulása, változása. Logaritmustáblázat.		
A logaritmusfüggvény. A logaritmusfüggvény ábrázolása, vizsgálata. Adott alaphoz tartozó exponenciális és logaritmusfüggvény kapcsolata. Inverz függvénykapcsolat.		<i>Fizika:</i> régészeti leletek – kormeghatározás.
Logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek. Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Értelmezési tartomány vizsgálatának fokozott szükségessége logaritmusos egyenleteknél.		
Paraméteres exponenciális és logaritmusos egyenletek.		
Egyenletek ekvivalenciájával kapcsolatos ismeretek összegzése.		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Trigonometria	Órakeret 46 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Vektorokkal végzett műveletek. Hegyesszögek szögfüggvényei, szögmérés fokban és radiánban, szögfüggvények közötti egyszerű összefüggések.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A geometriai látásmód fejlesztése. A művelet fogalmának bővítése egy újszerű művelettel, a skaláris szorzással. Algebrai és geometriai módszerek közös alkalmazása számítási, bizonyítási feladatokban. A tanultak felfedezése más tudományterületeken is. A függvényszemlélet alkalmazása az egyenletmegoldás során, végtelen sok megoldás keresése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A vektorokról tanultak rendszerező ismétlése: <ul style="list-style-type: none"> <li>– a vektor fogalma,</li> <li>– vektorműveletek,</li> <li>– vektorfelbontás.</li> </ul> A vektorok koordinátaival végzett műveletek és tulajdonságaik. A vektor $90^\circ$ -os elforgatottjának koordinátái.	
A szögfüggvények általános értelmezése. Forgásszög, egységvektor, vektorkoordináták. A szögfüggvények előjele a különböző síknegyedekben. Szögfüggvények közötti összefüggések. Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása. A trigonometrikus függvények. A szögfüggvények értelmezési tartománya, értékkészlete, zérushelyek,	<i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás, hullámmozgás leírása.  <i>Informatika:</i> grafikonok elkészítése számítógépes

szélsőérték, periódus, monotonitás. A trigonometrikus függvények transzformáltjai, függvényvizsgálat.	programmal.
Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. A skaláris szorzás alkalmazása számítási és bizonyítási feladatokban. Merőleges vektorok skaláris szorzata. Szükséges és elégséges feltétel. Két vektor skaláris szorzatának kifejezése a vektorkoordináták segítségével. A skaláris szorzat és a Cauchy-egyenlőtlenség kapcsolata. Vektorok vektoriális szorzata. Szemléletes kép, bizonyítások nélkül.	<i>Fizika:</i> munka, elektromosság.
A háromszög területének kifejezése két oldal és a közbezárt szög segítségével. A háromszög egy oldalának kifejezése a köré írt kör sugara és szemközti szög segítségével. Szinusztétel. Koszinusztétel. A tételek pontos kimondása, bizonyítása. Kapcsolat a Pitagorasz-tétellel. Általános háromszög adatainak meghatározása. Egyértelműség vizsgálata. Szög, távolság, terület meghatározása gyakorlati problémákban is. Bizonyítási feladatok.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> alakzatok adatainak meghatározása.  <i>Földrajz:</i> távolságok, szögek kiszámítása – terepmérési feladatok. GPS-helymeghatározás.
Szögfüggvények közötti összefüggések. Addíciós tételek: <ul style="list-style-type: none"> <li>– két szög összegének és különbségének szögfüggvényei,</li> <li>– egy szög kétszeresének szögfüggvényei,</li> <li>– félszögek szögfüggvényei,</li> <li>– két szög összegének és különbségének szorzattá alakítása.</li> </ul> A trigonometrikus azonosságok használata, több lehetőség közül a legalkalmasabb összefüggés megtalálása. Trigonometrikus kifejezések értékének meghatározása. Háromszögekre vonatkozó feladatok addíciós tételekkel.	
Trigonometrikus egyenletek. Az összes megoldás megkeresése. Hamis gyökök elkerülése. Trigonometrikus egyenlőtlenségek. Grafikus megoldás vagy egységkör alkalmazása. Időtől függő periodikus jelenségek vizsgálata. Trigonometrikus kifejezések szélsőértékének keresése.	<i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Skaláris szorzat, szinusztétel, koszinusztétel, addíciós tétel, trigonometrikus azonosság, egyenlet.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Koordinátageometria	Órakeret 36 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Koordinátarendszer, vektorok, vektorműveletek megadása koordinátákkal. Ponthalmazok koordináta-rendszerben. Függvények ábrázolása. Elsőfokú, másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Számítógép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A Descartes-féle koordinátarendszer.</p> <p>A helyvektor és a szabadvektor.</p> <p>Rendszerező ismétlés. <b>Ismerje az egyértelmű vektorfelbontás tételét.</b></p>		<p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p>Vektor abszolútértékének kiszámítása.</p> <p>Két pont távolságának kiszámítása.</p> <p>A Pitagorasz-tétel alkalmazása.</p> <p>Két vektor hajlásszöge. <b>Tudja koordinátákkal adott vektorok hajlásszögét meghatározni.</b></p> <p>Skaláris szorzat használata.</p>		
<p>Szakasz osztópontjának koordinátái. <b>Tudja kiszámítani szakasz <math>n:m</math> arányú osztópontjának koordinátáit.</b></p> <p>A háromszög súlypontjának koordinátái.</p> <p>Elemi geometriai ismereteket alkalmazása, vektorok használata, koordináták számolása.</p>		<p><i>Fizika:</i> alakzatok tömegközéppontja.</p>
<p>Az egyenes helyzetét jellemző adatok: irányvektor, normálvektor, irányszög, iránytangens.</p> <p>A különböző jellemzők közötti kapcsolat értéke, használata.</p> <p>Az egyenes egyenletei.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Adott pontra illeszkedő, adott normálvektorú egyenes, illetve sík egyenlete.</li> <li>– Adott pontra illeszkedő, adott irányvektorú egyenes egyenlete síkban, egyenletrendszere térben.</li> <li>– Iránytényezős egyenlet.</li> </ul> <p>Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel.</p> <p>Kétismeretlenes lineáris egyenlet és az egyenes egyenletének kapcsolata.</p> <p>A feladathoz alkalmas egyenlettípus kiválasztása.</p> <p>Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének a feltétele.</p> <p>Két egyenes metszéspontja.</p> <p><b>Két egyenes hajlásszögének meghatározása.</b></p> <p>Skaláris szorzat használata.</p>		<p><i>Fizika:</i> mérések értékelése.</p> <p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p>A kör egyenlete.</p> <p>Kétismeretlenes másodfokú egyenlet és a kör egyenletének kapcsolata.</p> <p>Kör és egyenes kölcsönös helyzete.</p>		<p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>



<p>A kör érintőjének egyenlete. Két kör közös pontjainak meghatározása. Másodfokú, kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása. A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió. Szerkeszthetőségi kérdések.</p>		
<p>A parabola tengelyponti egyenlete. A parabola pontjainak tulajdonsága: fókuszpont, vezéregyenes. A parabola és a másodfokú függvény. Teljes négyzetté kiegészítés. A parabola és az egyenes kölcsönös helyzete. A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió.</p>		<p><i>Fizika:</i> geometriai optika, fényszóró, visszapiillantó tükör.</p>
<p>Összetett feladatok megoldása paraméter segítségével vagy a szerkesztés menetének követésével. Mértani helyek keresése. Apollóniosz-kör. Merőleges affinitással kapott mértani helyek. Ponthalmazok a koordinátasíkon. Egyenlőtlenséggel megadott egyszerű feltételek. Lineáris programozási feladat.</p>		<p><i>Informatika:</i> több feltétel együttes vizsgálata.</p>
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>Vektor, irányvektor, normálvektor, iránytényező. Egyenes, kör, parabola egyenlete.</p>	

<p><b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b></p>	<p><b>5. Sorozatok</b></p>	<p><b>Órakeret 34 óra</b></p>
<p><b>Előzetes tudás</b></p>	<p>Számítási sorozat, mértani sorozat fogalma, egyszerű alapösszefüggések.</p>	
<p><b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b></p>	<p>A hétköznapi életben, matematikai problémában a sorozattal leírható mennyiségek észrevétele. Sorozatok megadási módszereinek alkalmazása. Összefüggések, képletek hatékony alkalmazása.</p>	
<p><b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b></p>		<p><b>Kapcsolódási pontok</b></p>
<p>A sorozat fogalma, megadása, ábrázolása. Korábbi ismeretek rendszerező ismétlése. Sorozat megadása rekurzióval – Fibonacci-sorozat. Rekurzív sorozat <math>n</math>-edik elemének megadása. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.</p>		<p><i>Informatika:</i> algoritmusok.</p>



<p>Végtelen sorok.  Végtelenen sor konvergenciája, összege.  Végtelen mértani sor.  Szakaszos végtelen tizedes tört átváltása.  További példák konvergens sorokra.  Teleszkópos összegek.  Négyzetszámok reciprokainak összege.  Példák nem konvergens sorokra.  Harmonikus sor.  Feltételesen konvergens sorok.</p>	
--	--

<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Sorozat, számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamat, rekurzív sorozat. Sorozat határértéke.
------------------------------------	--

## 12. évfolyam

### Célok és feladatok

A 12. évfolyam fő feladata matematikából a tanult ismeretek több szempontú rendszerezése, felkészülés az érettségire. Ennek érdekében szükséges a matematika különböző területei közti összefüggéseinek tudatosítása, az absztrakciós készség fejlesztése. a deduktív gondolkodás továbbfejlesztése.

A középiskolai tanulmányok végére a korábban szemléletesen, tevékenységek segítségével kialakított fogalmaknak meg kell erősödniük, egyes fogalmakat pontosan kell definiálni, általánosítani. Meg kell ismertetni a tanulókat a matematika axiomatikus felépítésének elvével.

A következtetési, a bizonyítási készség fejlesztése hangsúlyos ennél a korosztálynál. A „ha ..., akkor ...”, az „akkor és csak akkor” helyes használata az élet számos területén (nem csak a matematikában) fontos.

Az érettségiig szükség van a valós számkör biztos ismeretére, az  $e$  számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazására is. A tananyag különböző fejezeteiben a számításoknál fontos a zsebszámológép, a számítógép biztos használata, a számítógép alkalmazása.

A függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legjellemzőbb függvénytulajdonságok ismerete a természettudományos tárgyak megértése és különböző gyakorlati problémák megoldása érdekében kiemelkedően fontos.

Mai látásunk szerint az élet sok területén (természettudomány, társadalomtudomány, közgazdaságtan) statisztikus törvényekkel írhatók le jól a jelenségek. Ezért hangsúlyossá vált a valószínűség-számítás és a statisztika alapelemeinek megismertetése. Ezen ismeretek rendszerező összefoglalására ennek a korosztálynak az általános szellemi érettsége ad lehetőséget.

A sík- és téreometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más

tantárgyakban is elengedhetetlen. A koordináta-geometria ismétlésekor a matematika különböző területeinek összefüggéseit, s így a matematika komplexitását hangsúlyozhatjuk.

Az analízis témaköreinek elsajátítása az absztrakciós, szintetizáló és képességet növeli és egyben biztosítja az elméleti és gyakorlati alapot a későbbi sikeres felsőoktatási tanulmányokhoz.

El kell jutni ahhoz, hogy a tanulók a különböző témakörökben megismert összefüggéseket feladatokban, gyakorlati problémákban alkalmazzák.

Tematikai egység címe	órakeret
<b>Nevezetes egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok elemi megoldása</b>	<b>6</b>
<b>Folytonosság, differenciálszámítás</b>	<b>38</b>
<b>Területszámítás, integrálszámítás. Térgeometria</b>	<b>60</b>
<b>Statisztika, valószínűség</b>	<b>35</b>
<b>Rendszerező összefoglalás</b>	<b>47</b>
<b>Ellenőrzés, számonkérés</b>	<b>6</b>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Nevezetes egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok elemi megoldása	Órakeret 6 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Nevezetes azonosságok ismerete. Középek és sorrendjük ismerete két változóra. Másodfokú és trigonometrikus függvények ismerete.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása. A modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal. A szélsőérték-problémához illő megoldási mód kiválasztása. Gyakorlat optimális megoldások keresésében.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Azonos egyenlőtlenségek. Nevezetes középek közötti egyenlőtlenségek. (Többváltozós alak bizonyítása fokozatos közelítés módszerével.) Nevezetes középek közötti egyenlőtlenségek alkalmazása szélsőérték-feladatok megoldásában. Szélsőérték-feladatok megoldása függvénytulajdonságok segítségével. (Másodfokú és trigonometrikus függvényekkel.) Szélsőérték-feladatok megoldása fokozatos közelítés módszerével.</p>		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Szélsőérték hely, szélsőérték. Nevezetes közép.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Függvények határértéke, folytonossága. Differenciálszámítás	Órakeret 38 óra
Előzetes tudás	Függvények megadása, értelmezési tartomány, értékkészlet. Függvények jellemzése: zérushely, korlátosság, szélsőérték, monotonitás, paritás, periodicitás. Sorozatok határértéke.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Megismerkedés a függvények vizsgálatának új módszerével. A függvény folytonossága és határértéke fogalmának megalapozása. A differenciálszámítás módszereinek használata a függvények lokális és globális tulajdonságainak vizsgálatára. A matematikán kívüli területeken – fizika, közgazdaságtan – is alkalmazások keresése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A valós számok halmazán értelmezett függvények jellemzése. Korábbi ismeretek rendszerező ismétlése. <b>Ismerje és alkalmazza az inverz függvény fogalmát. Ismerje az összetett függvény fogalmát, képzésének módját.</b>		<i>Informatika:</i> számítógépes szoftver alkalmazása függvények grafikonjának megrajzolására.
Függvény határértéke. A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói. Jelölések. Függvények véges helyen vett véges; véges helyen vett végtelen; végtelenben vett véges; végtelenben vett végtelen határértéke. A sorozatok és a függvények határértékének kapcsolata. A $\frac{\sin x}{x}$ függvény vizsgálata, az $x = 0$ helyen vett határértéke.		<i>Informatika:</i> a határérték számítógépes becslése.  <i>Fizika:</i> felhasználás $\sin x$ , illetve $\operatorname{tg} x$ közelítésére kis szög esetében.
A függvények folytonossága. Példák folytonos és nem folytonos függvényekre. A folytonosság definíciói. Intervallumon folytonos függvények. Korlátos és zárt intervallumon folytonos függvények tulajdonságai. (Bizonyítások nélkül, de ellenpéldákkal azokra az esetekre, ha az intervallum nem korlátos, nem zárt, illetve ha a függvény nem folytonos.)		<i>Fizika:</i> példák folytonos és diszkrét mennyiségekre.
Bevezető feladatok a differenciálhányados fogalmának előkészítésére. A függvénygörbe érintőjének iránytangense. A pillanatnyi sebesség meghatározása.		<i>Fizika:</i> az út-idő függvény és a pillanatnyi sebesség kapcsolata. A fluxus és az indukált feszültség kapcsolata.  <i>Biológia-egészségtan:</i> populáció növekedésének átlagos

		sebessége.
<p>A differenciálhatóság fogalma.  A különbségi hányados függvény, a differenciálhányados (derivált), a deriváltfüggvény.  Példák nem differenciálható függvényekre is.  Kapcsolat a differenciálható és a folytonos függvények között.  Alapfüggvények deriváltja:  Konstans függvény, <math>x^n</math>, trigonometrikus függvények deriváltja.  Műveletek differenciálható függvényekkel.  Függvény konstansszorzásának deriváltja, összeg-, szorzat-, hányados-, összetett függvény deriváltja.  Inverz függvény deriváltja.  Exponenciális és logaritmusfüggvény deriváltja. (Bizonyítás nélkül.)  Magasabbrendű deriváltak.  <i>Matematikatörténet:</i> Fermat, Leibniz, Newton, Cauchy, Weierstrass.</p>		<p><i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás kitérése, sebessége, gyorsulása – ezek kapcsolata.</p>
<p>A függvény tulajdonságai és a derivált kapcsolata.  – Lokális növekedés, fogyás – intervallumon monoton függvény.  – Szélsőérték – lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték.  A szükséges és az elégséges feltételek pontos megfogalmazása, alkalmazása.</p>		<p><i>Fizika:</i> fizikai tartalmú függvények (pl. út-idő, sebesség-idő) deriváltjainak jelentése.</p>
<p>Konvexitás vizsgálata deriválással.  A konvexitás definíciója.  Inflexió pont.  A második derivált és a konvexitás kapcsolata.</p>		
<p>Függvényvizsgálat differenciálszámítással.  Összevetés az elemi módszerekkel.</p>		
<p>Gyakorlati jellegű szélsőérték-feladatok megoldása.  A differenciálszámítás és az elemi módszerek összevetése.</p>		<p><i>Fizika:</i> Fermat-elv, Snellius-Descartes törvény. Fizikai jellegű szélsőérték-problémák.</p>
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	<p>Függvényfolytonosság, -határérték. Különbségi hányados függvény, derivált, deriváltfüggvény, magasabbrendű derivált. Monotonitás, lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. Konvex, konkáv függvény.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3.Terület és integrálszámítás, térgeometria	Órakeret 60 óra
<b>Előzetes tudás</b>	<p>Folytonos függvények fogalma. Területszámítás elemei. Sorozatok, véges sorok. Differenciálási szabályok ismerete.</p>	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<p>Az integrálszámítás módszereivel találkozáskor a közelítő módszerek ismeretének bővítése. A függvény alatti terület alkalmazásai a matematika és a fizika több területén. Áttekinthető kép kialakítása a térgeometriáról, a felszín- és térfogatszámítás módszereiről.</p>	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>A területszámítás alapelvei. Néhány egyszerűbb alakzat területének levezetése az alapelvekből.</p> <p>A területszámítás módszereinek áttekintése. Területszámítási módszerek alkalmazása a matematika más témaköreiben. (Pl. geometriai bizonyításokban.)</p>	
<p>Bevezető feladatok az integrál fogalmához. Függvény grafikonja alatti terület. A megtett út és a sebesség-idő grafikon alatti terület. A munka kiszámítása az erő-út grafikon alatti terület alapján.</p>	
<p>Alsó és felső közelítő összegek. Az intervallum felosztása, a felosztás finomítása. Közelítés véges összegekkel.</p> <p>A határozott integrál fogalma, jelölése. A szemléletes megközelítésre alapozva eljutás a pontos definícióig. Példa nem integrálható függvényre is. Negatív függvény határozott integrálja. A határozott integrál és a terület-előjeles terület. Az integrál közelítő kiszámítása. Számítógépes szoftver használata a határozott integrál szemléltetésére.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Bernhard Riemann.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes szoftver használata.</p>
<p>Az integrálhatóság szükséges és elegendő feltétele. Korlátos és monoton függvények integrálhatósága. A határozott integrál tulajdonságai.</p>	<p><i>Fizika:</i> A munka és a mozgási energia. Elektromos feszültség két pont között, a potenciál. Tehetetlenségi nyomaték. Alakzat tömegközéppontja. A hidrosztatikai nyomás és az edény oldalfalára ható erő. Effektív áramerősség.</p>
<p>Az integrál mint a felső határ függvénye. Integrálfüggvény. Folytonos függvény integrálfüggvényének deriváltja. Kapcsolat a differenciálszámítás és az integrálszámítás között.</p> <p>A primitív függvény fogalma. A primitív függvények halmaza – a határozatlan integrál: – hatványfüggvény, polinomfüggvény, – trigonometrikus függvények, – exponenciális függvény, logaritmusfüggvény.</p> <p>A Newton-Leibniz-tétel. Integrálási módszerek:</p>	

Integrálás helyettesítéssel. <i>Matematikatörténet: Newton, Leibniz, Euler.</i>		
Az integrálszámítás alkalmazása matematikai és fizikai problémákra. Két függvénygörbe közötti terület meghatározása. Forgástest térfogatának meghatározása. Henger, kúp, csonkakúp ( <b>bizonyítsa a csonkakúp térfogatképletét</b> ), gömb, gömbszelet térfogata. Az integrálás közelítő módszerei – numerikus módszerek.		<i>Fizika: Potenciál, munkavégzés elektromos, illetve gravitációs erőterben. Váltakozó áram munkája, effektív áram és feszültség. Newton munkássága.</i>
Térgeometria elemei. Tetraéderekre vonatkozó tételek. (Van-e beírt, körülírt gömbje, súlypontja, magasságpontja?) Tetraéder és paralelepipedon. Euler-féle poliéder-tétel. (Bizonyítás nélkül.) Szabályos testek.		<i>Kémia: kristályok.  Művészetek: szimmetriák.</i>
A térfogatszámítás alapelvei. Néhány egyszerűbb test térfogatának levezetése az alapelvekből. A térfogatszámítás áttekintése. A térfogatszámítás néhány új eleme. Cavalieri-elv, a gúla térfogata. Csonkagúla térfogata. <b>Bizonyítsa a térfogatképletét.</b> Érintőpoliéderek térfogata. Alakzatok felszíne, hálójája. Csonkakúp felszíne. Gömb felszínének levezetése (Heurisztikus, nem precíz módszerrel.)		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Alsó- és felső közelítő összeg, határozott integrál. Primitív függvény, határozatlan integrál. Newton-Leibniz-tétel. Felszín, térfogat, forgástestek, csonkagúla, csonkakúp, gömb.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Statisztika, valószínűség	Órakeret 35 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Klasszikus valószínűségi modell.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése. A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására. Mit jelent a valószínűség – a nagy számok törvénye.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
Statisztikai mintavétel. Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. Számsokaságok jellemzése: átlag, medián, módusz, szórás. Gyakorlati példák arra, hogy mikor melyik mutatóval célszerű jellemezni a számsokaságot. Átlagos abszolút eltérés, átlagos négyzetes eltérés.		<i>Informatika: táblázatkezelő, adatbázis-kezelő program használata.  Történelem,</i>



A medián és az átlag minimumtulajdonsága. Közvélemény-kutatás. Statisztikai évkönyv. Minőség-ellenőrzés.	<i>társadalmi és állampolgári ismeretek: választások.</i>
Eseményalgebra. Kapcsolat a halmazok és a logika műveleteivel. <i>Matematikatörténet: George Boole.</i>	
Véletlen jelenségek megfigyelése. A modell és a valóság kapcsolata. Szerencsejátékok elemzése. Klasszikus valószínűségi modell. Események összegének, szorzatának, komplementerének valószínűsége. Kizáró események, független események valószínűsége. Feltételes valószínűség. Mintavételre vonatkozó valószínűségek megoldása klasszikus modell alapján. Nagy számok törvénye. (Szemléletes tárgyalás képletek nélkül.) Geometriai valószínűség. <i>Matematikatörténet: Pólya György, Rényi Alfréd.</i>	<i>Informatika: véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.</i>
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Valószínűség, kizáró esemény, független esemény.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Rendszerező összefoglalás	Órakeret 47óra
<b>Előzetes tudás</b>	A 4 év matematika-tananyaga.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben. Felkészítés az emelt szintű érettségire: az önálló rendszerzés, lényegkiemelés, történeti áttekintés készségének kialakítása, alkalmazási lehetőségek megtalálása. Kapcsolatok keresése különböző témakörök között. Elemzőkészség, kreativitás fejlesztése. Felkészítés a felsőfokú oktatásra.	
<b>meretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<i>Gondolkodási módszerek</i> <i>Halmazok, matematikai logika</i> Halmazok, megadási módjaik, részhalmaz, kiegészítő halmaz. Halmazok közötti műveletek. <b>Ismerje és alkalmazza a de Morgan azonosságokat. Tudja alkalmazni a logikai szita módszerét egyszerűbb esetekben.</b> Végtelen halmazok elmélete; számosságok. <b>Ismerje a megszámlálhatóan végtelen halmaz definícióját. Bizonyítsa egyszerűbb esetekben, hogy egy halmaz számossága megszámlálhatóan végtelen.</b> Állítások, logikai értékük. Negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. Univerzális és egzisztenciális kvantor.		<i>Filozófia: gondolati rendszerek felépítése, fejlődése.</i>

<p><i>Kombinatorika, gráfok, algoritmusok</i>  Permutáció, variáció, kombináció.  Binomiális tétel. Pascal háromszög. <b>Ismerje a Pascal-háromszög alapvető tulajdonságait.</b>  Elemi gráfelméleti ismeretek.  Euler-féle poliédertétel.  A bizonyítások fejlődése és a bizonyítási módszerek változása.  Nevezetes sejtések.</p>	
<p><i>Algebra és számelmélet</i>  <i>Műveletek kifejezésekkel</i>  Algebrai kifejezések átalakításai, nevezetes szorzatok.  A hatványozás azonosságai.  Matematikai fogalmak fejlődése, permanencia-elv.  Gyökös kifejezések átalakításai.  Exponenciális és logaritmikus kifejezések átalakításai.  <i>Számelmélet</i>  Oszthatósági szabályok. Számolás maradékokkal.  Prímszámok.  Oszthatósági feladatok megoldása.  <b>Tudjon <math>n</math> alapú (<math>n \leq 9</math>) számrendszerben felírt számokat összeadni és kivonni.</b>  <i>Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek</i>  Lineáris és lineárisra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek.  Másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek.  Gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek.  Exponenciális és logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek.  Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek.  Polinomok algebrája.  Paraméteres egyenletek, egyenlőtlenségek.</p>	<p><i>Fizika; kémia:</i>  számítási feladatok megoldása.</p>
<p><i>Függvények, sorozatok, az analízis elemei</i>  <i>Függvények</i>  A függvény fogalma.  Függvények rendszerezése a definiáló kifejezés szerint: konstans, lineáris, egészrész, törtrész, másodfokú, abszolútérték, exponenciális, logaritmus, trigonometrikus függvények.  Függvények rendszerezése tulajdonságaik szerint.  Függvénytranszformációk.  Valós folyamatok elemzése függvénytani modellek szerint.  <i>Sorozatok, sorok</i>  A sorozat fogalma.  Számítani, mértani sorozat.  Rekurzióval megadott egyéb sorozatok.  Sorozatok monotonitása, konvergenciája.  A végtelen mértani sor. <b>Tudja meghatározni tizedestört alakban megadott racionális szám közönséges tört alakját.</b></p>	<p><i>Informatika:</i>  számítógépes programok használata függvények ábrázolására, vizsgálatára.</p> <p><i>Fizika:</i> Az analízis alkalmazásai a fizikában. A matematika és a fizika kölcsönhatása az analízis módszereinek kialakulásában.</p>

<p><i>Analízis</i></p> <p>Függvények korlátossága és monotonitása.  Függvény határértéke, folytonossága.  Differenciálhányados, derivált függvény.  Differenciálási szabályok.  L'Hospital-szabály.  Függvényvizsgálat differenciálás segítségével.  Szélsőérték-meghatározási módok.  A tanult függvények primitív függvényei.  Integrálási módszerek.  A határozott integrál.  Newton–Leibniz-tétel.  A határozott integrál alkalmazásai.  Improprius integrál.</p>	
<p><i>Geometria</i></p> <p><i>Geometriai alapfogalmak</i></p> <p>Tételek köcsönös helyzete, távolsága, szöge.</p> <p><i>Geometriai alakzatok, bizonyítások</i></p> <p>Nevezetes pontthalmazok.  Síkidomok, testek, tulajdonságaik.  Elemi sík- és térgeometriai tételek.  <b>Bizonyítsa a húrnégyszögek és az érintőnéyszögek tételét, ismerje a tételek megfordítását. ismereteit alkalmazza feladatok megoldásában.</b>  <b>Bizonyítsa és alkalmazza feladatokban a kerületi és középponti szögek tételét és a kerületi szögek tételét.</b>  <b>Ismerje és alkalmazza a körhöz húzott érintő- és szelőszakaszok tételét.</b></p> <p><i>Geometriai transzformációk</i></p> <p>Egybevágósági és hasonlósági transzformációk, tulajdonságaik.  Szerepük a bizonyításokban és a szerkesztésekben.  <b>Ismerje és alkalmazza a párhuzamos szelők tételét, a tétel megfordítását és a párhuzamos szelőszakaszok tételét.</b>  <b>Bizonyítsa és alkalmazza a belső szögfelező tételt.</b></p> <p><i>Vektorok, trigonometria, koordináta-geometria</i></p> <p>Vektor fogalma, műveletek a vektorok körében.  Matematikai fogalmak fejlődésének követése.  Vektorfelbontás, vektorok koordinátái.  Hegyesszög szögfüggvényei. Szinusz- és koszinusztétel.  A háromszög hiányzó adatainak kiszámolása.  Trigonometrikus azonosságok.  Az egyenes egyenletei, egyenletrendszer (síkban és térben).  A kör egyenletei.  A kúpszeletek definíciója, egyenleteik.</p> <p><i>Geometriai mértékek</i></p> <p>A hosszúság és a szög mértékei. Kiszámolási módjaik.  A kétoldali közelítés módszere. A terület fogalma és kiszámítási módjai.  A felszín és térfogat fogalma és kiszámítási módjai.</p>	<p><i>Művészetek:</i>  szimmetriák,  arany metszés.</p> <p><i>Informatika:</i>  számítógépes  geometriai programok  használata.</p>

<p>Az integrálszámítás felhasználása alakzatok mértékének kiszámításához.</p>	
<p><i>Valószínűesszámítás, statisztika</i>          Statisztikai alapfogalmak: módus, medián, átlag, szórás.          Eseményalgebra és műveleti tulajdonságai. Teljes eseményrendszer.          A matematika különböző területeinek összekapcsolása:          Boole-algebra.          Grafikonok, táblázatok, diagrammok készítése és olvasása.          Valószínűségi kísérletek, gyakoriság, relatív gyakoriság.          A valószínűség kiszámítási módjai.          Feltételes valószínűség.          Mintavételi feladatok klasszikus modell alapján.          Szerepük a mindennapi életben.          A véletlen szabályszerűségei, a nagy számok törvénye.          A közvéleménykutatás elemei.</p>	<p><i>Informatika:</i>          táblázatkezelő, adatbázis-kezelő program használata.</p> <p><i>Fizika:</i> fizikai jelenségek valószínűség-számítási modellje.</p>
<p><i>Motivációs témakörök</i>          Néhány matematikatörténeti szemelvény.          A matematikatörténet néhány érdekes problémájának áttekintése. (Pl. Rényi Alfréd: Dialógusok a matematikáról.)          Matematikusokkal kapcsolatos történetek.          Matematika alapú játékok.          Logikai feladványok, konstrukciós feladatok.          A matematika néhány filozófiai kérdése.          A matematika fejlődésének külső és belső hajtóerői.          Néhány megoldatlan és megoldhatatlan probléma.</p>	<p><i>Informatika:</i>          könyvtárhasználat, internethasználat.</p>

<p><b>A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén</b></p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Halmazok számosságával kapcsolatos ismeretek áttekintése.</li> <li>– A kombinatorikai problémák rendszerezése.</li> <li>– Bizonyítási módszerek áttekintése.</li> <li>– A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában.</li> </ul> <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A kiterjesztett gyök-, és hatványfogalom ismerete.</li> <li>– A logaritmus fogalmának ismerete.</li> <li>– A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben, probléma megoldása céljából.</li> <li>– Exponenciális és logaritmusos egyenletek megoldása, ellenőrzése.</li> <li>– Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása.</li> <li>– Egyenletek ekvivalenciájának áttekintése.</li> <li>– A számológép biztos használata.</li> </ul> <p><i>Függvények, az analízis elemei</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése.</li> <li>– Függvénytranszformációk.</li> </ul>
--	---

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Exponenciális folyamatok matematikai modellje.</li> <li>– A számtani és a mértani sorozat. Rekurzív sorozatok.</li> <li>– Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése.</li> <li>– Sorozatok vizsgálata monotonitás, korlátosság, határérték szempontjából. Véges és végtelen sorok összegzése.</li> <li>– A függvények vizsgálata, jellemzése elemi eszközökkel és differenciálszámítás használatával.</li> <li>– Az integrálszámítás használata, gyakorlati alkalmazása.</li> </ul> <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták.</li> <li>– Két vektor skaláris szorzata, vektoriális szorzata.</li> <li>– Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása.</li> <li>– A geometriai és algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör, egyenes, parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.</li> <li>– Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése.</li> <li>– Távolság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.</li> </ul> <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.</li> <li>– A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módja.</li> <li>– Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.</li> </ul>
--	--